
EXERCICES 12 B

1. Soit $f(x) = (x-1)^{-1}(x-2)^{-2}$. Trouver ses limites en $2, 2^+, 2^-, 1, 1^+$ et 1^- si elles existent.
2. Supposons que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 3$ et $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 2$. Démontrer les affirmations suivantes :
 - a) $\lim_{x \rightarrow a} [3f(x) + 2(g(x))^2] = 25$,
 - b) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{3}$,
 - c) $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt{f(x) + g(x)} = \sqrt{5}$.
3. Soit $f(x) = \frac{\sqrt{3x^2+1}-1}{x^2}$ pour $x \geq 0$. Démontrer que $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ existe et déterminer, en justifiant, sa valeur.
4. Soit f et g des fonctions définies dans un intervalle ouvert contenant a . En supposant que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ et qu'il existe $b > 0$ tel que $\sup\{g(x) : x \in]a-b, a+b[\} < +\infty$, démontrer que
$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \infty.$$
5. Utiliser la définition de la dérivée pour calculer la dérivée de $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ au point 4.